

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования



**Пермский национальный исследовательский
политехнический университет**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной
деятельности

 А.Б. Петроченков

« 01 » марта 20 23 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина: Высшая алгебра и теория чисел
(наименование)

Форма обучения: очная
(очная/очно-заочная/заочная)

Уровень высшего образования: бакалавриат
(бакалавриат/специалитет/магистратура)

Общая трудоёмкость: 108 (3)
(часы (ЗЕ))

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика
(код и наименование направления)

Направленность: Математическое и информационное обеспечение
экономической деятельности (СУОС)
(наименование образовательной программы)

1. Общие положения

1.1. Цели и задачи дисциплины

Освоение основ высшей алгебры и теории чисел, необходимых для изучения общетеоретических и специальных дисциплин; развитие логического и алгоритмического мышления; повышение общей математической культуры; выработка исследовательских навыков и умений самостоятельного анализа прикладных задач.

1.2. Изучаемые объекты дисциплины

Множества и отношения; числовые системы; комплексные числа; алгебраические операции; группы, подгруппы; кольца; поля.

1.3. Входные требования

Не предусмотрены

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

| Компетенция | Индекс индикатора | Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть) | Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения | Средства оценки |
|-------------|-------------------|--|---|--------------------|
| ОПК-1 | ИД-1ОПК-1 | Владеть инструментарием высшей алгебры и теории чисел для решения задач в своей предметной области. | Знает основы фундаментальной и прикладной математики, основы вычислительной техники и программирования | Экзамен |
| ОПК-1 | ИД-2ОПК-1 | Знать основные определения и понятия о множествах, отношениях, числах и числовых системах, группах, кольцах, полях. Уметь ориентироваться в справочной и научной литературе по высшей алгебре и теории чисел. Уметь использовать знания фундаментальных основ, подходы и методы высшей алгебры и теории чисел в обучении и профессиональной деятельности, в интегрировании имеющихся знаний, наращивании накопленных знаний. | Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных знаний, методов математического анализа и моделирования | Контрольная работа |

| Компетенция | Индекс индикатора | Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть) | Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения | Средства оценки |
|-------------|-------------------|--|--|-----------------|
| ОПК-1 | ИД-3ОПК-1 | <p>Читать и анализировать учебную литературу.</p> <p>Ставить и решать задачи, связанные с алгебраическими операциями, их свойствами, алгебраическими структурами.</p> <p>Применять методы высшей алгебры и теории чисел в профессиональной деятельности.</p> | Владеет навыками теоретического исследования объектов профессиональной деятельности | Дискуссия |

3. Объем и виды учебной работы

| Вид учебной работы | Всего часов | Распределение по семестрам в часах | |
|--|-------------|------------------------------------|--|
| | | Номер семестра | |
| | | 3 | |
| 1. Проведение учебных занятий (включая проведение текущего контроля успеваемости) в форме: | 54 | 54 | |
| 1.1. Контактная аудиторная работа, из них: | | | |
| - лекции (Л) | 25 | 25 | |
| - лабораторные работы (ЛР) | | | |
| - практические занятия, семинары и (или) другие виды занятий семинарского типа (ПЗ) | 27 | 27 | |
| - контроль самостоятельной работы (КСР) | 2 | 2 | |
| - контрольная работа | | | |
| 1.2. Самостоятельная работа студентов (СРС) | 54 | 54 | |
| 2. Промежуточная аттестация | | | |
| Экзамен | | | |
| Дифференцированный зачет | 9 | 9 | |
| Зачет | | | |
| Курсовой проект (КП) | | | |
| Курсовая работа (КР) | | | |
| Общая трудоемкость дисциплины | 108 | 108 | |

4. Содержание дисциплины

| Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием | Объем аудиторных занятий по видам в часах | | | Объем внеаудиторных занятий по видам в часах |
|--|---|----|----|--|
| | Л | ЛР | ПЗ | СРС |
| 3-й семестр | | | | |

| Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием | Объем аудиторных занятий по видам в часах | | | Объем внеаудиторных занятий по видам в часах |
|--|---|----------|-----------|--|
| | Л | ЛР | ПЗ | СРС |
| Множества и операции над множествами | 3 | 0 | 3 | 7 |
| определения и основные операции над множествами; тождества алгебры множеств; отображение множеств, обратимость; | | | | |
| Бинарные отношения на множествах | 5 | 0 | 4 | 10 |
| основные определения; матрица бинарного отношения; свойства бинарных отношений на множествах; | | | | |
| Бинарные алгебраические операции | 4 | 0 | 2 | 7 |
| основные понятия и свойства; | | | | |
| Алгебраические структуры | 7 | 0 | 6 | 14 |
| основные понятия и свойства алгебраических структур; алгебраические структуры с одной операцией; алгебраические структуры с двумя операциями изоморфизм множеств с операциями | | | | |
| Делимость многочленов и целых чисел | 3 | 0 | 6 | 8 |
| целые числа; многочлены; | | | | |
| Комплексные числа | 3 | 0 | 6 | 8 |
| формы комплексного числа; корни комплексных чисел. | | | | |
| ИТОГО по 3-му семестру | 25 | 0 | 27 | 54 |
| ИТОГО по дисциплине | 25 | 0 | 27 | 54 |

Тематика примерных практических занятий

| № п.п. | Наименование темы практического (семинарского) занятия |
|--------|--|
| 1 | Способы задания множеств. Круги Эйлера. Основные операции над множествами. Их графическое представление. Доказательство тождеств алгебры множеств. |
| 2 | Сюръективное отображение. Инъективное отображение. Биективное отображение. |
| 3 | Бинарное отношение. Область определения. Множество значений. Операции с отношениями. |
| 4 | Свойства отношений. |
| 5 | Алгебраическая операция. Свойства бинарных алгебраических операций. |
| 6 | Полугруппа. Группа. Абелева группа. |
| 7 | Кольцо. Кольцо с единицей. Кольцо с нулевым элементом. |
| 8 | Отношение делимости целых чисел. Деление с остатком. НОД и НОК целых чисел. Алгоритм Евклида. |
| 9 | Отношение делимости многочленов. Деление многочлена с остатком. НОД. Алгоритм Евклида. |

| № п.п. | Наименование темы практического (семинарского) занятия |
|--------|--|
| 10 | Операции с комплексными числами. |
| 11 | Корни комплексных чисел. |

5. Организационно-педагогические условия

5.1. Образовательные технологии, используемые для формирования компетенций

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при котором учащиеся не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала, а также на развитие логического мышления. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установление связей с ранее освоенным материалом.

Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий преследуются следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и креативных методов для решения проблем и принятия решений; отработка у обучающихся навыков командной работы, межличностных коммуникаций и развитие лидерских качеств; закрепление основ теоретических знаний.

При проведении учебных занятий используются интерактивные лекции, групповые дискуссии, ролевые игры, тренинги и анализ ситуаций и имитационных моделей.

5.2. Методические указания для обучающихся по изучению дисциплины

При изучении дисциплины обучающимся целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.
3. Особое внимание следует уделить выполнению отчетов по практическим занятиям, лабораторным работам и индивидуальным комплексным заданиям на самостоятельную работу.
4. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается на лекциях преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.

6. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Печатная учебно-методическая литература

| № п/п | Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц) | Количество экземпляров в библиотеке |
|-------------------------------|---|-------------------------------------|
| 1. Основная литература | | |
| 1 | Курош А.Г. Курс высшей алгебры : Учеб. для вузов / А.Г.Курош. - Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2005. | 9 |
| 2 | Шнеперман Л. Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел : учебное пособие для вузов / Л. Б. Шнеперман. - Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2008. | 21 |

| 2. Дополнительная литература | | |
|---|---|---|
| 2.1. Учебные и научные издания | | |
| 1 | Боревич З. И. Теория чисел / З. И. Боревич, И. Р. Шафаревич. - Москва: Наука, 1972. | 1 |
| 2 | Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / Л. Я. Куликов. - М.: Высш. шк., 1979. | 1 |
| 3 | Курош А.Г. Курс высшей алгебры : учебник для вузов / А.Г. Курош. - СПб: Лань, 2006. | 5 |
| 4 | Ляпин Е. С. Алгебра и теория чисел: Ч. 2: Линейная алгебра и полиномы : учебное пособие для вузов / Е. С. Ляпин, А. Е. Евсеев. - Москва: Просвещение, 1978. | 1 |
| 5 | Ляпин Е. С. Алгебра и теория чисел: Ч. 2: Линейная алгебра и полиномы : учебное пособие для вузов / Е. С. Ляпин, А. Е. Евсеев. - Москва: Просвещение, 1978. | 1 |
| 6 | Михелович Ш. Х. Теория чисел : учебное пособие для вузов / Ш. Х. Михелович. - Москва: Высш. шк., 1967. | 2 |
| 2.2. Периодические издания | | |
| | Не используется | |
| 2.3. Нормативно-технические издания | | |
| | Не используется | |
| 3. Методические указания для студентов по освоению дисциплины | | |
| | Не используется | |
| 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента | | |
| | Не используется | |

6.2. Электронная учебно-методическая литература

| Вид литературы | Наименование разработки | Ссылка на информационный ресурс | Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ) |
|--|-------------------------|---|---|
| Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов | Теория чисел | http://mmmf.msu.ru/lect/nest/erenko/mainnth.pdf | сеть Интернет; свободный доступ |

6.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

| Вид ПО | Наименование ПО |
|--|--|
| Операционные системы | MS Windows 8.1 (подп. Azure Dev Tools for Teaching) |
| Прикладное программное обеспечение общего назначения | Dr.Web Enterprise Security Suite, 3000 лиц, ПНИПУ ОЦНИТ 2017 |
| Прикладное программное обеспечение общего назначения | MATHCAD 14 Academic, ПНИПУ 2009 г. |

| Вид ПО | Наименование ПО |
|--|--|
| Прикладное программное обеспечение общего назначения | Microsoft Office Visio Professional 2016 (подп. Azure Dev Tools for Teaching) |

6.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

| Наименование | Ссылка на информационный ресурс |
|---|---|
| Научная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета | http://lib.pstu.ru/ |
| Электронно-библиотечная система Лань | https://e.lanbook.com/ |
| Электронно-библиотечная система IPRbooks | http://www.iprbookshop.ru/ |
| Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс | http://www.consultant.ru/ |

7. Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине

| Вид занятий | Наименование необходимого основного оборудования и технических средств обучения | Количество единиц |
|----------------------|---|-------------------|
| Лекция | Доска | 1 |
| Практическое занятие | Доска | 1 |

8. Фонд оценочных средств дисциплины

| |
|------------------------------|
| Описан в отдельном документе |
|------------------------------|

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования**

**«Пермский национальный исследовательский политехнический
университет»**

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

«Высшая алгебра и теория чисел»

Основная образовательная программа подготовки бакалавриата

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Приложение к рабочей программе дисциплины

| | |
|--|--|
| Направление подготовки: | 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» |
| Направленность (профиль) образовательной программы: | «Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности» |
| Квалификация выпускника: | «Бакалавр» |
| Выпускающая кафедра: | Прикладная математика |
| Форма обучения: | Очная |
| Курс: 2 Семестр: 3 | |
| Трудоёмкость: | |
| Кредитов по рабочему учебному плану: | 3 ЗЕ |
| Часов по рабочему учебному плану: | 108 ч. |
| Виды контроля: | |
| Диф. Зачет: | 3 семестр |

Пермь
2023

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся является частью (приложением) к рабочей программе дисциплины **«Высшая алгебра и теория чисел»**

Перечень формируемых частей компетенций, этапы их формирования и контролируемые результаты обучения

1.1. Формируемые части компетенций

Согласно КМВ ОПОП учебная дисциплина «Высшая алгебра и теория чисел» участвует в формировании компетенции: ОПК-1. В рамках учебного плана образовательной программы во 3-м семестре на этапе освоения данной учебной дисциплины формируются следующие дисциплинарные части компетенций: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

1.2. Этапы формирования дисциплинарных частей компетенций, объекты оценивания и виды контроля

Согласно РПД освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение одного семестра (3-го семестра базового учебного плана) и разбито на 4 учебных модуля. В каждом модуле предусмотрены аудиторские лекционные и лабораторные занятия, а также самостоятельная работа студентов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты дисциплинарных компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в РПД, и которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения (табл. 1.1).

Контроль уровня усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений осуществляется в рамках текущего, рубежного и промежуточного контроля при изучении теоретического материала, защита индивидуальных заданий и дифференцированного зачета. Виды контроля сведены в таблицу 1.1.

Таблица 1.1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине

| Контролируемые результаты обучения по | Вид контроля | | | | | |
|--|--------------|------------|----------|--------------------------|--|------------|
| | Текущий | | Рубежный | Промежуточный | | |
| | С | ТО | | КР | | Диф. зачет |
| Усвоенные знания | | | | | | |
| 3.1. Знает основы высшей алгебры и теории чисел (ОПК-1) | | T01 | | | | ТВ |
| 3.2. Знает основы фундаментальной и прикладной математики, основы вычислительной техники и программирования. Знать основные определения и понятия о множествах, отношениях, числах и числовых системах, группах, кольцах, полях. (ОПК-1) | C1 | T02 | | КР1 | | ТВ |
| 3.3. Знать инструментарий высшей алгебры и теории чисел для решения задач в своей предметной области (ОПК-1) | C2 | T03 | | КР2 КР3 | | ТВ |
| | | | | | | |
| У.1. Уметь ориентироваться в справочной и научной литературе по высшей алгебре и теории чисел. (ОПК-1) | | | | | | ПЗ |
| У.2. Уметь ориентироваться в справочной и научной литературе по высшей алгебре и теории чисел. Уметь использовать знания фундаментальных основ, подходы и методы высшей алгебры и теории чисел в обучении и профессиональной деятельности, в интегрировании имеющихся знаний, наращивании накопленных знаний (ОПК-1) | | | | | | ПЗ |
| У.3. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных знаний, методов математического анализа и моделирования (ОПК-1) | | | | | | ПЗ |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| В.1 Читать и анализировать учебную литературу по высшей алгебре и теории чисел и ставить и решать задачи, связанные с алгебраическими операциями, их свойствами, алгебраическими структурами. (ОПК-1) | | | | | | ПЗ |
| В.2 Применять методы высшей алгебры и теории чисел в профессиональной деятельности. (ОПК-1) | | | | | | ПЗ |
| В.3. Владеет навыками теоретического исследования объектов профессиональной деятельности в области алгебры и теории чисел(ОПК-1) | | | | | | ПЗ |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

С - собеседование по теме; ТО - коллоквиум (теоретический опрос); КР - контрольная работа; ТВ - теоретический вопрос; ПЗ - практическое задание; КЗ - комплексное задание дифференцированного зачета.

Итоговой оценкой освоения дисциплинарных компетенций (результатов обучения по дисциплине) является промежуточная аттестация в виде дифференцируемого зачета, проводимая с учётом результатов текущего и рубежного контроля.

2. Виды контроля, типовые контрольные задания и шкалы оценивания результатов обучения

2.1. Текущий контроль

Текущий контроль для оценивания знаниевого компонента дисциплинарных частей компетенций (табл. 1.1) в форме собеседования или выборочного теоретического опроса студентов проводится по каждой теме. Результаты по 4-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

2.2. Рубежный контроль

Рубежный контроль для комплексного оценивания усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений дисциплинарных частей компетенций (табл. 1.1) проводится согласно графика учебного процесса, приведенного в РПД, в форме рубежных контрольных работ (после изучения каждого модуля учебной дисциплины).

2.2.1. Рубежная контрольная работа

Согласно РПД запланировано 6 рубежных контрольных работ по основным разделам дисциплины:

Раздел ИКР.1 “ Теория множеств ”

Типовые задания первой КР:

1. Староста группы из 40 человек, подводил итоги по успеваемости за I полугодие. Получилась следующая картина: из 40 учащихся не имеют троек по русскому языку 25 человек, по математике — 28 человек, по русскому языку и математике — 16 человек, по физике — 31 человек, по физике и математике — 22 человека, по физике и русскому языку 16 человек. Кроме того, 12 человек учатся без троек по всем трем предметам. Классный руководитель, просмотрев результаты, сказал: «В твоих расчетах есть ошибка». Составьте диаграмму Эйлера–Венна и объясните, почему это так.

2. Задайте характеристическим свойством и списком элементов множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

3. Является ли отношение R отношением эквивалентности, если $aRb: a=b \pmod k$

Раздел 2 КР2 “Алгебраические структуры и делимость”.

Типовые задания второй КР:

1. Какой алгебраической структурой является множество $K = \{a + b\sqrt{5} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ с операциями сложения и умножения
2. Найти НОД и НОК чисел 645 и 381

Раздел 3. КР3 “Комплексные числа”.

Типовые задания третьей КР:

1. Запишите в комплексных числах симметрию относительно прямой $(1+i)z + (1-i)z - 2 = 0$.
2. Найти все значения $\sqrt[4]{-64}$
3. Вычислить z^{21} , если $z = 1 + i$

Типовая шкала и критерии оценки результатов рубежных контрольных работ приведены в общей части ФОС бакалаврской программы.

2.4. Промежуточная аттестация

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего и рубежного контроля. Условиями допуска являются положительная интегральная оценка по результатам текущего и рубежного контроля.

2.4.1. Процедура промежуточной аттестации без дополнительного аттестационного испытания

Промежуточная аттестация проводится в форме дифференцируемого зачета. Диф. зачет по дисциплине основывается на результатах выполнения предыдущих контрольных заданий студента по данной дисциплине.

Критерии выведения итоговой оценки за компоненты компетенций при проведении промежуточной аттестации в виде диф. зачета приведены в общей части ФОС бакалаврской программы.

2.4.2. Процедура промежуточной аттестации с проведением аттестационного испытания

В отдельных случаях (например, в случае переаттестации дисциплины) промежуточная аттестация может проводиться с проведением аттестационного испытания по билетам. Билет содержит теоретические вопросы (ТВ) для проверки усвоенных знаний, практические задания (ПЗ) для проверки усвоенных умений/навыков и контроля уровня приобретенных владений всех заявленных дисциплинарных компетенций.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности *всех* заявленных дисциплинарных компетенций.

2.4.2.1. Типовые вопросы и задания для диф. зачета по дисциплине

Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний:

1. Понятие множества;
2. Операции над множествами;
3. Мощность множества;
4. Алгебра множеств;
5. Отображения множеств;
6. Отношения
7. Алгебраические структуры
8. И т.д.

Типовые вопросы и практические задания для контроля освоенных умений:

1. Сформулировать и доказать одно из тождеств алгебры множеств;
2. Что такое бинарная алгебраическая операция;
3. Чем инъекция отличается от биекции.
4. Чем группа отличается от полугруппы.
5. Привести примеры полей/колец
6. И т.д.

3.1. Оценка уровня сформированности компонентов дисциплинарных компетенций

При оценке уровня сформированности дисциплинарных компетенций в рамках выборочного контроля при зачете считается, что *полученная оценка за компонент проверяемой в билете дисциплинарной компетенции обобщается на соответствующий компонент всех дисциплинарных компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины.*

Общая оценка уровня сформированности всех дисциплинарных компетенций проводится путем агрегирования оценок, полученных студентом за каждый компонент формируемых компетенций, с учетом результатов текущего и рубежного контроля в виде интегральной оценки по 4-х балльной шкале. Все результаты контроля заносятся в оценочный лист и заполняются преподавателем по итогам промежуточной аттестации.

Форма оценочного листа и требования к его заполнению приведены в общей части ФОС бакалаврской программы.

При формировании итоговой оценки промежуточной аттестации в виде зачета используются типовые критерии, приведенные в общей части ФОС бакалаврской программы.